DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

УДК 532.5

# СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ НАНОСОВ ПО ГЛУБИНЫ ЧИСТОГО ПОТОКА

***Хайдаров Ш.Э.,*** *доцент кафедры,*
*Наманганский государственный технический университет*
***Усманова Н.А.,*** *PhD, доцент,*
*Ферганский государственный технический университет*
***Худайкулов С.И.,*** *доктор технических наук, профессор,*
*Международный университет КИМЁ (Ташкент)*

***Аннотация.*** *В статье приводится статистический метод определения распределения размеров частиц наносов по глубины чистого потока, который основан закономерностям нормального распределения. Приводится уравнения плотность распределения которе решаются численными методами, с помощью ЭВМ. Полученые численными методами кривые соответствует подынтегральной функции в уравнении (10), определяющий распределение мутности. Разбивая ось абсцисс на малые отрезки конечной длины Δw, находится решение, определяющее донной мутности и распределения размеров частиц наносов по глубины чистого потока.*

***Аннотация.*** *Мақолада тоза сув оқими чуқурлиги бўйича нанос заррачалари ўлчамларининг тақсимланишини аниқлашнинг статистик усули келтирилган. Ушбу усул нормал тақсимланиш қонуниятларига асосланган. Тақсимланиш зичлиги тенгламалари келтирилиб, улар сонли усуллар ёрдамида электрон ҳисоблаш машиналарида ечилган. Сонли ҳисоблашлар натижасида олинган эгри чизиқлар (10)-тенгламадаги интеграл ости функциясига мос келиб, оқим лойқалигининг тақсимланишини тавсифлайди. Абсциссалар ўқи Δw узунликдаги кичик кесмаларга ажратилиб, туб лойқалиги ҳамда тоза сув оқими чуқурлиги бўйича нанос заррачалари ўлчамларининг тақсимланишини аниқлаш имконини берувчи ҳисоблаш усули ишлаб чиқилган.*

***Abstract.*** *This paper presents a statistical method for determining the distribution of sediment particle sizes over the depth of clear-water flow. The proposed method is based on the principles of the normal distribution law. The probability density equations are formulated and solved numerically using computer-based calculations. The curves obtained by numerical integration correspond to the integrand of Equation (10), which describes the distribution of flow turbidity. By dividing the abscissa axis into small finite intervals of Δw, a numerical solution is obtained that makes it possible to determine the bottom turbidity and the distribution of sediment particle sizes over the depth of clear-water flow.*

***Ключевые слова:*** *статистический метод, взвешенные наносы, распределение размеров частиц, гидравлическая крупность, мутность потока, нормальное распределение, плотность распределения, чистый поток, открытые русла, численное интегрирование.*

***Калит сўзлар:*** *статистик усул, муаллақ нанослар, нанос заррачалари ўлчамлари тақсимоти, гидравлик йириклик, оқим лойқалиги, нормал тақсимланиш, тақсимланиш зичлиги, тоза сув оқими, очиқ ўзан, сонли интегралаш.*

***Keywords:*** *statistical method, suspended sediment, sediment particle size distribution, hydraulic particle size, flow turbidity, normal distribution, probability density function, clear-water flow, open channel flow, numerical integration.*

**Введение.** Статистический метод определения распределения размеров частиц наносов по глубины чистого потока основан закономерности нормального распределения,

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

которая изображена на рис.1. При этом элементарная вероятность удельного содержания взвешенных частиц между диаметром $ln\,d$ и $ln\,d + d(ln\,d)$ равна:

$$dN = nd(ln\,d) \quad (1)$$

где $n$ – плотность распределения.

Эта вероятность относится ко всей ограниченной кривой площади, равной единице [1-3].

**Материалы и методы.** В действительности на произвольной глубине умутность равна не единице, а $S$. Следовательно, элементарная вероятность, отвечающая этой мутности,

$$dS = dNS_1 = S_1 nd(ln\,d). \quad (2)$$

Подставляя [3-7]

$$n = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \frac{d}{d_a}}$$

имеем:

$$dS = \frac{S_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \frac{d}{d_a}} d(ln\,d) \quad (3)$$

$d$ – диаметр частиц; $d_a$ - математически ожидаемый диаметр наносов; $\sigma$ – среднеквадратическое отклонение.

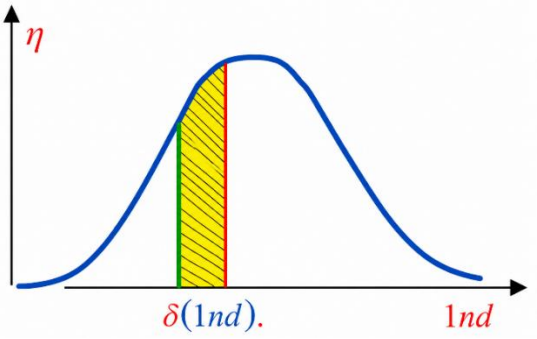



**Рис.1. Кривая нормального распределения**

Дифференциальное уравнение распределения мутности по глубине потока:

$$dS = \frac{S_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \frac{d}{d_a}} d(ln\,d) \quad (4)$$

справедливо при любом законе распределения скоростей по глубине потока.

Таблица

**Закономерности распределения скоростей мутности по глубине потока**

| Глубина | Средняя глубина $H_{ср}$ | Средняя скорость $\vartheta$ м/сек | Глубина на вертикали $Hм$ | | Мутность, кг/м$^2$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Наблюдаемая | | расчетная по формулам | | | |
| | | | | | | | А. В. Караушева | | Ю.И.Ибад-заде | |
| | | | | | $S$ | $\frac{S}{S_Д}$ | $S$ | $\frac{S}{S_Д}$ | $S$ | $\frac{S}{S_Д}$ |
| | | | 0,05 | 0,03 | 3,058 | 1,000 | 3,672 | 1,000 | 3,025 | 1,000 |
| | | | 0,39 | 0,20 | 3,023 | 0,990 | 3,339 | 0,919 | 2,825 | 0,936 |
| -5 | 1,95 | 1,01 | 1,17 | 0,60 | 2,676 | 0,875 | 2,997 | 0,817 | 2,493 | 0,824 |
| | | | 1,56 | 0,80 | 2,386 | 0,783 | 2,842 | 0,775 | 2,375 | 0,787 |
| | | | 1,95 | 1,00 | 2,207 | 0,724 | 2,763 | 0,753 | 2,207 | 0,676 |
| | | | 0,05 | 0,03 | 2,713 | 1,000 | 3,069 | 1,000 | 2,678 | 1,000 |

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0,36 | 0,20 | 2,641 | 0,975 | 2,770 | 0,901 | 2,486 | 0,930 |
| | 1,8 | 0,79 | 1,08 | 0,60 | 2,254 | 0,830 | 2,421 | 0,789 | 2,183 | 0,814 |
| | | | 1,44 | 0,80 | 1,998 | 0,736 | 2,335 | 0,759 | 2,091 | 0,781 |
| -10 | | | 1,80 | 1,00 | 0,770 | 0,653 | 2,293 | 0,746 | 1,770 | 0,660 |
| | | | 0,05 | 0,02 | 2,126 | 1,000 | 2,556 | 1,000 | 1,952 | 1,000 |
| | | | 0,56 | 0,20 | 2,086 | 0,980 | 2,242 | 0,876 | 1,896 | 0,973 |
| | | 0,83 | 1,68 | 0,60 | 1,695 | 0,796 | 1,961 | 0,776 | 1,798 | 0,820 |
| -15 | | | 2,24 | 0,80 | 1,543 | 0,725 | 1,864 | 0,730 | 1,487 | 0,761 |
| | | | 2,80 | 1,00 | 1,352 | 0,624 | 1,802 | 0,704 | 1,352 | 0,603 |

Для примера возьмем величину $S_1$ по В. М. Маккавееву:

$$S_1 = S_Д e^{-\frac{2wm_1}{u_*}(1+aS_{cp})} \quad (5)$$

где $m_1$– параметр параболы Базена, равный 20 - 24; $u^* = \sqrt{gHi\eta} = \frac{y}{H}$.

Донная мутность трудно поддается вычислению, поэтому преобразуем формулу В. М. Маккавеева и выразим ее через среднюю мутность $S_{cp}$. Тогда суммарная мутность по всей глубине в данном сечении;

$$\sum S_1 = A = \int_0^H S_Д e^{-2wm_1\frac{(1-\eta)}{u_*}} dy = \frac{S_Д H u_*}{2wm_1}\left(1 - e^{-2w\frac{m_1}{u_*}}\right) \quad (6)$$

**Результаты**. С другой стороны, та же суммарная мутность по всей вертикали выражается, очевидно,

$$\sum S_1 = A = S_{cp}H \quad (7)$$

Тогда из формул (5) и (6) получим:

$$S_Д = \frac{2S_{cp}wm_1К}{u_*\left(1-e^{-\frac{2wm_1}{u_*}}\right)} \quad (8)$$

Или

$$\frac{S_Д}{S_{cp}} = \frac{2wm_1К}{u_*\left(1 - e^{-\frac{2wm_1}{u_*}}\right)}$$

Распределение мутности определим с помощью формул (4) (7):

$$S_1 = \frac{2S_{cp}wm_1 e^{-\frac{2wm_1(1-\eta)}{u_*}}К}{u_*\left(1-e^{-\frac{2wm_1}{u_*}}\right)} \quad (9)$$

или

$$\frac{S_1}{S_{cp}} = \frac{2wm_1 e^{-\frac{2wm_1(1-\eta)}{u_*}}К}{u_*\left(1-e^{-\frac{2wm_1}{u_*}}\right)} \quad (10)$$

В формуле (9) элементарная мутность выражена через диаметры частиц, а в формулах (8) и (9) - через гидравлическую крупность.

Поскольку кривая распределения гидравлической крупности состоит из двух сопрягающихся участков - ламинарного и турбулентного, в формуле (3) следует учесть двухзональный режим осаждения. [3,6,7]

При ламинарном режиме осаждения ($d$выразим через гидравлическую крупность $w$)

$$ln\frac{d}{d_a} = \frac{1}{k_1} ln\frac{w}{w_H} + ln\frac{d_H}{d_a}$$

$$d(ln\, d) = \frac{1}{k_1}\frac{dw}{w}$$

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

где $d_H$ и $w_H$ - начальные диаметры гидравлической крупности и плотности распределения выражается формулой [1,2,4]

$$n_\pi = \frac{1}{\sigma\sqrt{g}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}} \frac{d_H}{d_a} \right]} \tag{11}$$

которая справедлива при$w \le w_{кр}$.

При турбулентном режиме осаждения

$$ln \frac{d}{d_a} = \frac{1}{k_2} ln \frac{w}{w_H} + ln \frac{d_{кр}}{d_a}$$

$$d(ln\, d) = \frac{1}{k_2} \frac{dw}{w}$$

(где $d_H$ и $w_H$ - начальные диаметр и гидравлическая крупность) плотность распределения определяется формулой [3]

$$n_\pi = \frac{1}{\sigma\sqrt{g}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}} \frac{d_H}{d_a} \right]} \tag{12}$$

которая применима при$w \ge w_{кр}$

С учетом сказанного плотность распределения при двухзональном режиме осаждения выразится суммой уравнений (10) и (11), а следовательно, формула (3) будет иметь следующий вид:

$$dS = \frac{S_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{-\left[\frac{1}{2\sigma^2}\right] ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}} \frac{d_H}{d_a} \right]} + e^{-\left[\frac{1}{2\sigma^2}\right] ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_{kp}}\right)^{\frac{1}{k_2}} \frac{d_{kp}}{d_a} \right]} \right\}$$

После подстановки значения $S_1$ по формуле (9) и почленного интегрирования, получим:

$$dS = \frac{2S_{ср} m_1}{u_* \sigma\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{1}{k_1} \int_{w_1}^{w_2} \frac{e^{\frac{-1}{2\sigma^2} ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}} \frac{d_H}{d_a} \right] + 2wm_1 \frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}} - 1} dw + \right.$$

$$\left. \frac{1}{k_2} \int_{w_3}^{w_4} \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2} ln^2 \left[ \left(\frac{w}{w_{kp}}\right)^{\frac{1}{k_2}} \frac{d_{kp}}{d_a} \right] + 2wm_1 \frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}} - 1} dw \right\} \tag{13}$$

По поводу полученной формулы необходимо дать следующие выводы и пояснения.

Выводы. 1. В этой формуле сумма двух интегралов, определяющих мутность потока, записана кратко. Следует помнить, что при значениях $w \le w_{кр}$вычисляется лишь первый интеграл, второй же интеграл, который относится к турбулентному режиму, не имеет смысла. При значениях $w \ge w_{кр}$, наоборот, первым интегралом пренебрегают и вычисления ведут по второму.

2. Полученное выражение позволяет определить на данной глубине как общую мутность, включающую все фракции, так и содержание частиц в заданном интервале. Для этой цели следует лишь выбрать соответствующие пределы интегрирования.

Так, для общей мутности потока можно установить следующие пределы: для первого интеграла $w_1 = 0, w_2 = w_{кр}$ и для второго $w_3 = w_{кр}, w_4 = \infty$.

В соответствии с этим' формула (13) для общей мутности потока будет иметь вид:

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

$$S_{\text{общ}} = \frac{2S_{\text{ср}}m_1}{u_*\sigma\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{k_1}\int_0^{w_{\text{кр}}}\frac{e^{\frac{-1}{2\sigma^2}ln^2\left[\left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}}\frac{d_H}{d_a}\right]+2wm_1\frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}}-1}dw + \frac{1}{k_2}\int_{w_{\text{кр}}}^{+\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}ln^2\left[\left(\frac{w}{w_{kp}}\right)^{\frac{1}{k_2}}\frac{d_{kp}}{d_a}\right]+2wm_1\frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}}-1}dw\right\} \quad (14)$$

Некоторые ученые при расчетах осаждений наносов исходят из наименьшего и наибольшего значений гидравлической крупности взвешенных веществ. Такой подход нельзя назвать безупречным. Анализ показывает, что при определении $w_{min}$ и $w_{max}$ на основе ограниченного экспериментального материала погрешности неизбежны и могут быть весьма существенны. Пределы, установленные для определения общей мутности потока, соответствуют теоретическим положениям математической статистики [3,5].

Нижний предел первого интеграла $(w_1 = 0)$ означает стремление размеров мельчайших частиц к нулю. Верхний же $w_4 = +\infty$ означает, что второй интеграл охватывает все теоретически возможные пределы $w$. В действительности, как показано в работе [3], кривая нормального распределения, круто убывая по обе стороны от центра распределения, уже при сравнительно небольших значениях $w$ стремится к нулю. Вероятность превышения $w$против обычных размеров взвешенных крупных частиц становится ничтожной (сотые и тысячные доли процента), чем вполне соблюдается стро гость теории (рис.2).

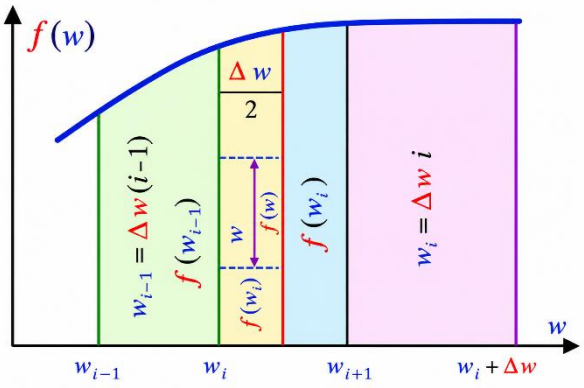



**Рис. 2. Расчётная схема**

Для определения частной мутности, соответствующей содержанию размеров частиц в заданном интервале, следует установить пределы: для первого интеграла $w_1 = w_i$, $w_2 = w_{i+1}$и для второго$w_3 = w_k$,$w_4 = w_{k+1}$.

Таким образом, для определения частной мутности потока имеем следующую формулу:

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

$$S_{\text{част}} = \frac{2S_{\text{ср}}m_1}{u_*\sigma\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{k_1}\int_0^{w_{\text{кр}}}\frac{e^{\frac{-1}{2\sigma^2}ln^2\left[\left(\frac{w}{w_H}\right)^{\frac{1}{k_1}}\frac{d_H}{d_a}\right]+2wm_1\frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}}-1}dw + \frac{1}{k_2}\int_{w_{\text{кр}}}^{+\infty}\frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}ln^2\left[\left(\frac{w}{w_{kp}}\right)^{\frac{1}{k_2}}\frac{d_{kp}}{d_a}\right]+2wm_1\frac{\eta}{u_*}}}{e^{\frac{2wm_1}{u_*}}-1}dw\right\} \quad (15)$$

3. При интегрировании полученных выражений по гидравлической крупности $w$произвольную глубину $y$следует принимать постоянной.

Уравнения (12) и (13) могут быть решены как численными методами, так и с помощью ЭВМ. Мы применили численные методы.

Кривая $f(w)$- соответствует подынтегральной функции в уравнении (10), зависящей от переменной.

Разбивая ось абсцисс на малые отрезки конечной длины $\Delta w$, находим решение, интеграла (рис.2.):

$$A = \int f(w)d\,w,$$

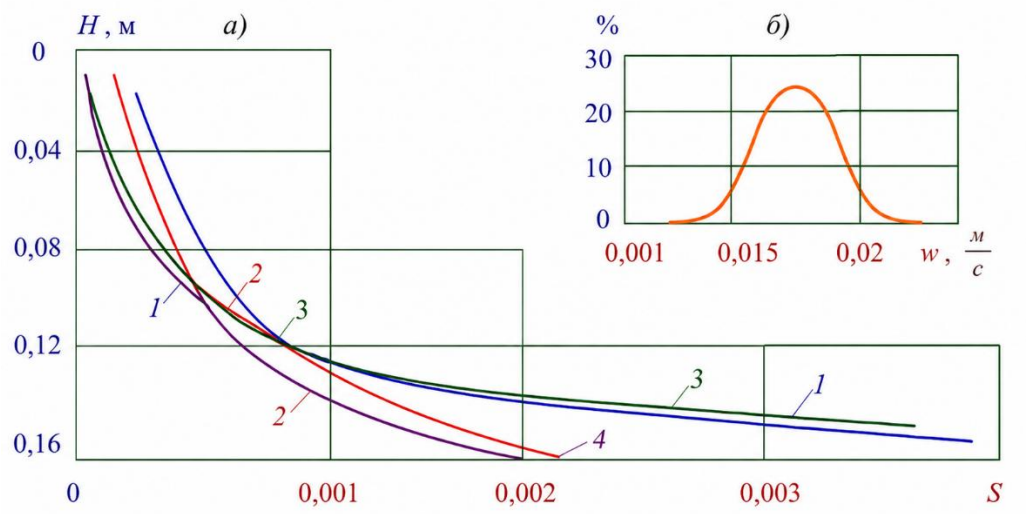
не выражающегося в элементарных функциях. Этот интеграл можно приближенно выразить в виде суммы

$$A_1 \approx \sum_{i=1}^{n} f(w_i)\Delta w \quad (16)$$

Абсциссы выделенного на рис. 8.$i$ -го элемента будут: $w_{i-1} = \Delta w(i-1)$и $w_i = \Delta wi$

Для увеличения точности вычислений, очевидно, в формуле (56) вместо ординаты $f(w_i)$ следует брать:

$$f\left(w_{i-\frac{1}{2}}\right) = f\left[\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)\right].$$




а-сопоставление кривых: 1-по опытам Ванони; 2-по формуле А.В.Караушева; 3-по формуле (58); 4-по формуле А.Д.Грешаева и В.П.Юшкова; 6-плотность распеделения наносов по гидравлической крупности в опытах Ванони.

**Рис. 3. Сопоставление кривых распределения мутности**

В соответствии с этим формула (16) примет вид:

$$A_1 \approx \sum_{i=1}^{n} f\left(\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)\right)\Delta w \quad (17)$$

DOI: 10.65322/j.srd.03172026.21

Теперь с учетом выражения (17) перепишем формулу (12), предварительно обозначив $a = \frac{2m_1}{u_*}$:

$$S = \frac{2S_{\text{ср}}m_1}{\sigma\sqrt{2\pi}k_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}ln^2\left\{\left(\frac{d_H}{d_a}\right)\left[\frac{\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)}{w_H}\right]^{\frac{1}{k_1}}\right\}+a\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)\eta}}{e^{a\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)}-1}\Delta w + \\ + \frac{2S_{\text{ср}}m_1}{\sigma\sqrt{2\pi}k_2}\sum_{i=1}^{n}\frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}ln^2\left\{\left(\frac{d_{kp}}{d_a}\right)\left[\frac{\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)}{w_{kp}}\right]^{\frac{1}{k_1}}\right\}+a\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)\eta}}{e^{a\Delta w\left(i-\frac{1}{2}\right)}-1}\Delta w \qquad (18)$$

Сопоставление кривых распределения мутности по различным формулам (с использованием опытных данных Ванони) приведено на рис.3.

Анализ кривых показывает, что формула (18) лучше соответствует опытным данным, чем формулы А. В. Караушева, А. Д. Грешаева и В. П. Юшкова.

**Список литературы**

1. Абдуллаев Б.Х., Худайкулов С.И.,Садыкова У.А. Нишонов Ф.Х. «Двухслойная толща водоносных пород при резкой смене водопроницаемости и наличии вертикального водообмена между слоями» Научно-тех. журнал ФерПИ 2019.Том 23.№4. С105-110.
2. Балакаев Б. К. Каракумский канал. Ашхабад, 1979, 194 с.
3. Ибад-заде Ю. А. Движение наносов в открытых руслах. М., Стройиздат. 1974, 352 с.
4. Карасев И. Ф. Русловые процессы при переброске стока. Л., 1975, 288 с.
5. Натишвили О. Г. О переносе твердых взвешенных частиц турбулентным русловым потоком. - Тр. ин-та. ГрузНИИГиМ, 1965, вып. 23, с. 56-59.
6. Никитин И. К. Турбулентный русловый поток и процессы в придонной области. Киев, изд. АН УССР, 1963, 141 с.
7. Худайкулов С.И., Абдуллаев Б.Х. Садыкова У.А.Моделирование инженерных коммуникаций и водозаборов в долинах. Научно-технический журнал ФерПИ 2019.Том 23.№4. С 59-66.